

การใช้สมการ AFFINITY อย่างถูกต้อง (PROPER USE OF AFFINITY LAWS)

ไชยวัฒน์ ปิยะสพันธ์

ตามรูปสมการแสดงความสัมพันธ์ของค่าต่างๆ เป็นสัดส่วนง่ายๆ จึงทำให้เข้าใจผิดกันว่าง่าย ใส่ค่าอัตราไหลหรือHEAD ที่ต้องการลงไปในสมการเท่านั้น ซึ่งที่จริงไม่ใช่เช่นนั้น ทำให้เกิดผิดพลาดไป ขอให้ทำความเข้าใจสมการ AFFINITY ให้ถูกต้องว่า มันเป็นสมการคณิตศาสตร์ ที่แสดงความสัมพันธ์กันของจุดคู่หนึ่งบนเส้นโค้งสมรรถนะของปั๊มน้ำสองเส้น ที่มีลักษณะล้อเลียนกัน ไม่ว่าจะเป็ค่าเส้นผ่าศก หรือรอบของปั๊มน้ำก็ตาม ดังต่อไปนี้

ขอย้ำว่า affinity laws ใช้สำหรับ pump performance อย่างเดียว (curves ของปั๊มที่รอบความเร็ว หรือที่เส้นผ่าศก.ของใบต่างๆ) มันไม่สามารถใช้ได้ตรงๆกับการคำนวณ pump performance กับระบบของน้ำจริงๆ ด้วยเหตุผลว่า ปั๊ม่จะเปลี่ยนจุดทำงานไปตามเส้น head-Flow curve ตาม Flow หรือ head ของระบบที่เปลี่ยนไป แต่จุดทำงานบน head-capacity curve สามารถหาค่าได้ด้วยการใช้ affinity laws ได้ดังนี้

อ้างถึง affinity laws (Equation 1-19 ($\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{D_1}{D_2}$) and 1-20 ($\frac{h_1}{h_2} = \frac{D_1^2}{D_2^2}$))

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{D_1}{D_2} \quad \text{and} \quad \frac{h_1}{h_2} = \frac{D_1^2}{D_2^2}$$

แทนค่า 1-19 ใน 1-20 จะได้

$$\frac{Q_1^2}{Q_2^2} = \frac{h_1}{h_2} \quad \text{or} \quad Q_1 = \sqrt{\frac{Q_2^2 \cdot h_1}{h_2}} \quad \text{Eq.}$$

การใช้สมการ AFFINITY อย่างถูกต้อง

ตามFig.4-8 เป็นปั๊มที่มีเส้นผ่าศ.ก.โบ 320 mm. และรอบ 1450 rpm. ค่าที่ออกแบบไว้ให้ System curve ตัดกับ Pump curve ที่จุด 0 ($Q_0=140 \text{ m}^3/\text{h}$ และ $h_0 = 30 \text{ m.}$) แต่ค่าจริงที่จะให้ปั๊มทำงานอยู่ที่จุด 2 ($Q_2=120 \text{ m}^3/\text{h}$ และ $h_2 = 30 \text{ m.}$)ให้หาว่า หากปั๊มเป็นแบบ constant speed จะต้องเจียรใบปั๊มลงเหลือขนาดเท่าใด และถ้าปั๊มนี่เป็น variable speed ที่จุดทำงานใหม่ (จุด 2) ปั๊มจะต้องเดินที่รอบเท่าใด

ถ้าหากเข้าใจผิด เริ่มต้นด้วยการใช้สมการข้างบนดังนี้

$$\frac{D_0}{D_2} = \frac{Q_0}{Q_2}, \quad D_0 = 320.0 \text{ mm.},$$

$$\frac{D_2}{Q_2} \quad Q_0 = 140.0 \text{ m}^3/\text{h}, Q_2 = 120.0 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$D_2 = \frac{120.0}{140.0} \cdot 320.0 = 274.0 \text{ mm.}$$

จะเป็นวิธีที่ผิด ทำให้เจียรใบผิดขนาดเล็กน้อย วิธีที่ถูกต้องทำดังนี้ ใส่ค่าลง Q_2, h_2 ในสมการ Eq.4-3 ได้

$$\frac{Q_1^2}{Q_2^2} = \frac{h_1}{h_2} \text{ or } Q_1 = \sqrt{\frac{Q_2^2 \cdot h_1}{h_2}}$$

$$Q_2 = 120 \text{ m}^3/\text{h}, \quad h_2 = 30 \text{ m.}$$

$$\therefore Q_1 = \sqrt{\frac{120^2 \cdot h_1}{30}}$$

คำนวณค่า Flow Q_1 จากการสุ่มเลือกค่า h_1 ใส่ในสมการ จนกว่าจะได้ค่า Q_1, h_1 อยู่บน pump curve (จุดที่ 1) คือ $124.4 \text{ m}^3/\text{h}, 32.3 \text{ m.}$ เมื่อได้จุด 1 แล้วก็หมายความว่า จุดที่ 1 บน curve ของ Dia (Diameter) = 320 mm. กับจุดที่ 2 บน curve ของ Dia... (ที่กำลังจะหาค่า) สมมูลกัน(จับคู่กัน) ฉะนั้น ค่าต่างๆที่จุดทั้งสองนี้จะสัมพันธ์กันตาม affinity's law เส้นผ่าศ.ก.ของ pump บนจุดที่ 2 คือ

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{Q_1}{Q_2}, \quad D_1 = 320.0 \text{ mm.},$$

$$\frac{D_2}{Q_2} \quad Q_1 = 124.4 \text{ m}^3/\text{h}, Q_2 = 120.0 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$D_2 = \frac{120.0}{124.4} \cdot 320.0 = 308.7 \text{ mm.}$$

จะเห็นว่าขนาดของใบปั๊มต่างกันมาก การคำนวณผิดจะเสียหายได้ สังเกตว่าประสิทธิภาพของ pump ที่จุด 2 จะเป็น 74% เมื่อทำงานที่จุด 2 ซึ่งคือประสิทธิภาพเดียวกับที่จุด 1 ที่รอบเท่าเดิม(บนจุดที่สมมูลกันตามสมการ จะมีประสิทธิภาพเท่ากัน) จุดๆหนึ่งบน Pump performance curve จะสมมูลกับจุดได้จุดเดียวบนอีก curve หนึ่งเท่านั้น

หมายเหตุ ถ้าเป็น variable speed pump และต้องการหาค่า speed(S_2) ของ pump ที่จะให้ $120 \text{ m}^3/\text{h}, 30 \text{ m.}$ ที่จุด 2 (Q_2, h_2) จะใช้สมการ Eq.1-6,1-17 (เหมือนข้างบน เปลี่ยน D เป็น S) ได้ ดังนี้

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{Q_1}{Q_2}, \quad S_1 = 1450 \text{ rpm.},$$

$$\frac{S_2}{Q_2} \quad Q_1 = 124.4 \text{ m}^3/\text{h}, Q_2 = 120.0 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$S_2 = \frac{120.0}{124.4} \cdot 1450 = 1398 \text{ rpm.}$$

ด้วยสมการดังกล่าวจะสามารถหา pump performance & impeller diameter ได้ดังนี้

จุดที่	1	2	3	4	5	6	7	8
$Q (\text{m}^3/\text{h})$	124.4	120.0	110.0	106.3	80.0	77.3	60.0	58.0
$h (\text{m.})$	32.3	30.0	33.6	31.4	35.1	32.8	35.8	33.4
$e (\%)$	74	74	73	73	68	68	64	64
kW	15.8(15.5)	14.2(13.9)	13.5(14.5)	12.1(13.0)	11.2(11.8)	10.0(10.6)	9.5(9.6)	8.5(8.6)

หากลากเส้นผ่านจุด 2,4,6,8 ก็จะได้เส้นโค้งของใบขนาด 308.7 mm.

การหาค่า kW สามารถทำได้สองวิธี วิธีแรกคือจากการอ่านค่า kW ใน Fig.4-9 ที่เป็น chart เดียวกับของ Fig.4-8 (สเกลค่า Q เดียวกัน) ด้วยการลากเส้นจากจุด 1,3,5,7 จากใน Fig.4-8 ลงมาตัดเส้น kW ใน Fig.4-9 ที่ใบขนาด 320 mm. ก็จะได้กำลังของจุด 1,3,5,7 วิธีที่สองคือการคำนวณจากสมการ Eq.3-1 (ค่าที่ได้ใส่ไว้ในวงเล็บ) โดยสมมติค่าประสิทธิภาพของมอเตอร์ 95% แต่เพราะจุดที่สมมูลกันเป็นคู่ๆคือ 1&2, 3&4, 5&6, 7&8 เป็นคู่ที่อยู่บนเส้นโค้งที่ได้หาค่าไว้แล้ว เราจึงใช้ affinity laws หาค่ากำลังที่จุด 2,4,6,8 ได้ (ตัวเลขอาจกำลังแตกต่างกันอยู่บ้างทั้งสองวิธี)

ตัวอย่างเช่น 1&2 เป็นจุดที่สมมูลกัน ก็จะมีสมการ

$$\frac{bhp_1}{bhp_2} = \frac{S_1^3}{S_2^3} \text{ หรือ } \frac{bhp_1}{bhp_2} = \frac{D_1^3}{D_2^3} \text{ (Eq.1-21)}$$

$$\frac{bhp_1}{bhp_2} = \frac{D_1^3}{D_2^3} = \frac{kW_1}{kW_2} = \frac{320^3}{308.7^3}$$

$$kW_2 = 15.8 \times \left(\frac{308.7}{320}\right)^3 = 14.2$$

หรือใช้สมการ Eq.3-1 คำนวณ โดยใช้ค่า ประสิทธิภาพของปั๊มตามในตาราง และสมมติค่าประสิทธิภาพของมอเตอร์เป็น 95% จะได้ (ค่า kW ที่คำนวณได้ใส่ในวงเล็บ)

$$\text{Pump kW} = \frac{Q \cdot H}{5308 \cdot \eta_p \cdot \eta_m}$$

$Q = \text{Flow (gpm.)}; H = \text{Pump head (Ft.)};$

$\eta_p = \text{Pump efficiency}; \eta_m = \text{Motor efficiency}$

$$\text{Pump kW} = \frac{120 \times 30 \times 3.28 \text{ Ft} / \text{m}}{0.2271 \text{ gpm} / \text{m}^3 / \text{h} \times 5308 \times 0.74 \times 0.95} = 13.9$$

ข้อสังเกต จะเห็นว่าจุด 0 ($Q_0 = 141 \text{ m}^3 / \text{h}, h_0 = 30.3 \text{ m}$) ซึ่งเป็นจุดที่ system curve ตัดกับปั๊ม Dia. Curve 320 mm. (Operating point) ซึ่งไม่เกี่ยวข้องกับการหาค่าใดๆข้างบน

ตาม affinity laws ยกเว้นจุดที่สมมูลกับมันบน Dia. Curve 308.7 ซึ่งก็คือจุด 00 (136.0, 28.2) จุด 00 นี้อยู่บน Dia. Curve 308.7 (ถ้าเป็น speed curve = 1390 rpm.) แต่ไม่ได้อยู่บน System curve แล้ว

ตัวอย่างการหาค่าด้วยวิธีที่ผิดที่คล้ายกันยังมีอีก เช่น ถ้าปั๊มทำงานอยู่ที่จุด 0 (141.0, 30.3) แล้วต้องการหาแรงม้าที่ flow 50% (บน curve ของใบ 320 mm. - 70.0, 35.3) แรงม้าของปั๊มจะลดลงเหลือ 35% เพราะได้มาจาก Eq.3-1 คือเอาค่า Q, h, eff ของแต่ละจุดคำนวณตาม Eq.3-1 ตรงๆ แต่หากเข้าใจผิดไปใช้ affinity laws คือ $kW_1/kW_2 = (Q_1/Q_2)^3 = (0.5)^3 = 12.5\%$ จะเป็นการใช้ที่ผิดเพราะจุด 0 กับจุด flow 50% (70, 35.3) นอกจากจะอยู่บน curve 320 mm. เดียวกันแล้ว ยังไม่ได้เป็นจุดสมมูลกันตาม affinity laws อีกด้วย

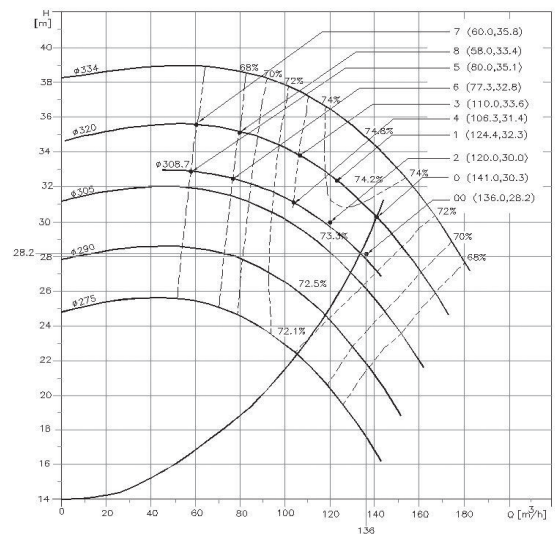


Figure 4 8

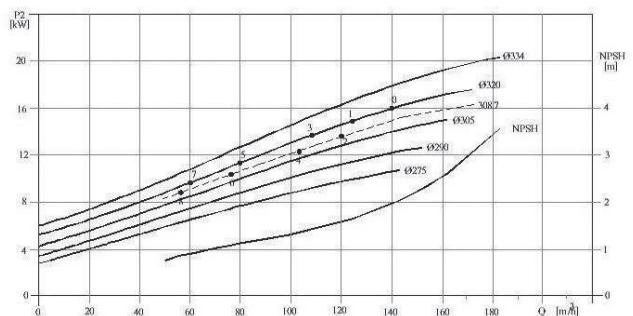


Figure 4 9

การคำนวณหา PUMP PERFORMANCE (COMPUTING PUMP PERFORMANCE)

สมการที่ Eq.4-3 (เปลี่ยนจาก D เป็น S) เป็นสมการสำคัญพื้นฐานสำหรับ Variable speed Pump และเมื่อใช้คอมพิวเตอร์คำนวณจะได้ performance ของ variable speed pump (ประสิทธิภาพและความเร็วรอบที่แต่ละ flow & head) จากรูป Fig.4-10 ทำให้รู้วิธีคำนวณระบบน้ำทั้งหมด ตั้งแต่ อัตราไหลสูงที่สุดถึงต่ำที่สุด สมมุติระบบมีอัตราไหล 3000gpm. ที่ head 100 Ft.โดยใช้ปั๊มขนาด 1500 gpm. สองเครื่อง ที่มี Fitting loss ของปั๊มที่ 10 Ft. สำหรับ Flow ของระบบที่ 3000 gpm. มีความฝืดสูญเสียของระบบ (System Friction loss)เท่ากับ 70 Ft. และต้องรักษาผลต่างความดันตกคร่อม cooling coil 20 Ft.(Constant head) เป็น Head ของปั๊มรวม 100 Ft.ผลการคำนวณตามใน Table 4.1 ซึ่งต้องปรับแต่งตัวเลขให้มีข้อแตกต่างไปจาก Fig.4-10 เล็กน้อย

ใน Fig.4-10 รวม flow-head , efficiency ของปั๊มทำงานเครื่องเดียวและสองเครื่อง รวมทั้ง System head curve ของการทำงานของปั๊มทั้งหนึ่งและสองเครื่อง จุดของ

system head curve Q_2-h_2 เชื่อมต่อกับจุด Q_1-h_1 บน pump curve เป็นกราฟทำให้เห็นถึงวิธีปรับจุดที่สมมูลกันของค่า หมายเหตุ จุด Q_2,h_2 เป็นจุดที่เรารู้ค่าอยู่บน System curve เริ่มต้นด้วยการหาจุด Q_1,h_1 ด้วยการทดสอบตามสมการ

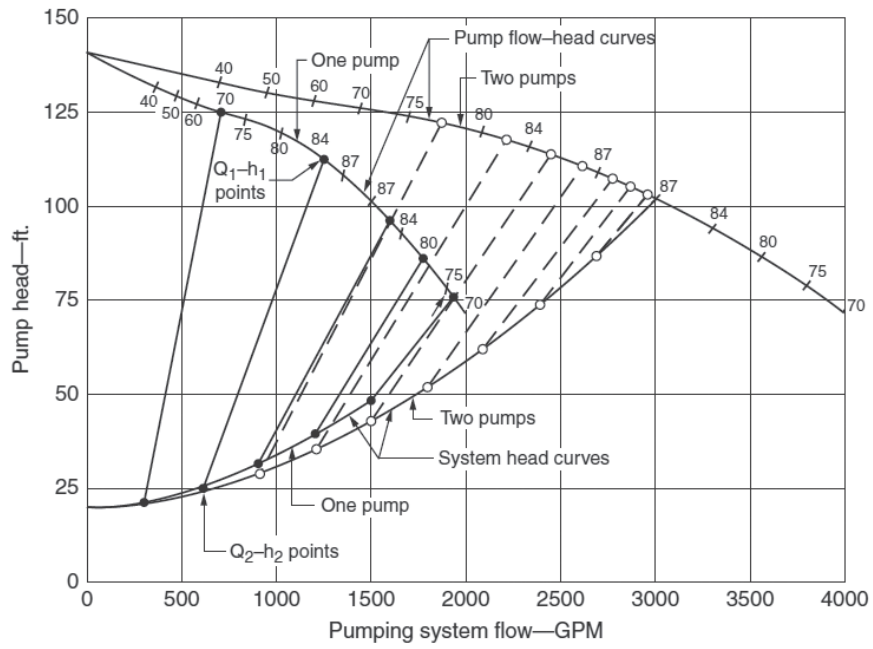
$$\frac{Q_1^2}{Q_2^2} = \frac{h_1}{h_2} \text{ or } Q_1 = \sqrt{\frac{Q_2^2 \cdot h_1}{h_2}}$$

จนกว่าได้จุดตกบน pump curve นั่นคือเราได้ค่า Q_1, Q_2, h_1, h_2 ทำให้ได้ Speed , pump efficiency , Hp , Wire to shaft eff., Kw หลังจากนั้น ทุกค่า Q_e ที่อยู่บน System curve ใส่ แทน Q_2 ในสมการ ก็จะได้ค่าต่างๆตามเหมือนจุดแรก

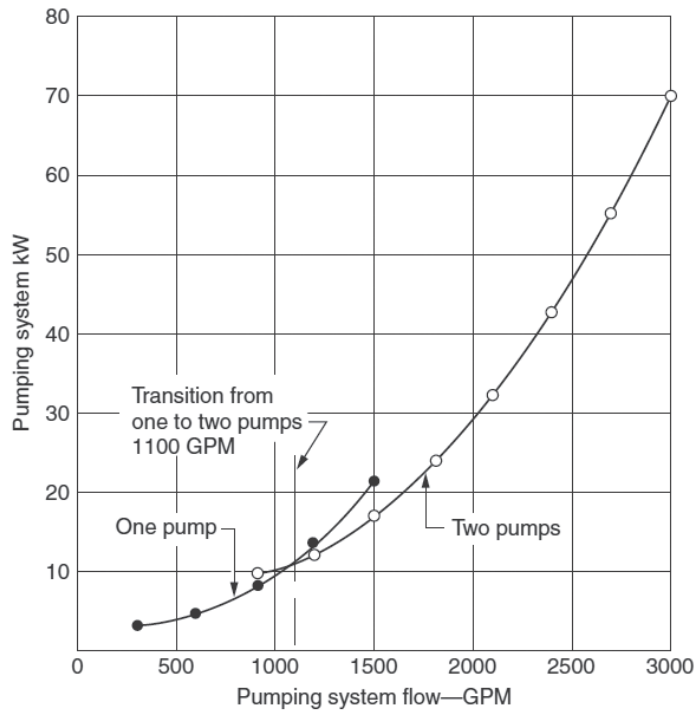
วิธีพิจารณาการเปลี่ยนจุดทำงานจากปั๊มหนึ่งเครื่องเป็นสองเครื่อง (ด้วยการพิจารณาจุดตัดกันของค่า Kw) ใน Fig.4-11 คือที่ 1100gpm. และด้วยวิธีนี้สามารถนำมาใช้กับปั๊มหลายๆจุดที่ต่อขนานกัน และจะง่ายหากใช้กับปั๊มที่มีขนาดเท่ากัน แต่ก็สามารถใช้กับปั๊มที่ขนาดต่างกันได้ด้วย

Table 4-2 Pump Performance Calculations

No pump run	System flow GPM Q_e	System head, ft	Fitting loss ft	Total head, ft h_2	$Q_2^2 + h_2$	Equiv. head h_1	Equiv. flow Q_1	Pump effy. %	Pump speed %	Pump speed RPM	Pump BHP HP	Wire shaft effy. %	kw input
1	300	0.9	0.4	21.3	4225	124	724	70	41.4	729	2.3	56.4	3.0
1	600	3.3	1.6	24.9	14,458	112	1273	84	47.1	829	4.5	70.5	4.8
1	900	7.1	3.6	30.7	26,384	95	1583	85.5	56.9	1001	8.2	75.4	8.1
1	1200	12.3	6.4	38.7	37,209	85	1778	80	67.5	1188	14.7	82.4	13.3
1	1500	18.8	10.0	48.8	46,107	44	1884	74	79.6	1401	25.0	87.5	21.3
2	900	7.1	0.9	28.0	28,128	122	1852	77.5	48.6	855	8.2	66.3	9.2
2	1200	12.3	1.6	33.9	42,477	117	2229	82.5	53.8	947	12.5	73.4	12.7
2	1500	18.9	2.5	41.4	54,348	113	2478	85.5	60.5	1065	18.3	78.0	17.5
2	1800	26.5	3.6	50.1	64,670	109	2655	86.3	67.8	1193	26.4	82.9	23.7
2	2100	35.5	4.9	60.4	73,013	107	2795	87.1	75.1	1322	36.8	86.5	31.7
2	2400	45.8	6.4	72.2	79,778	104	2880	87.2	83.3	1466	50.2	88.4	42.3
2	2700	57.3	8.1	85.4	85,362	102	2950	87.1	91.5	1610	66.9	90.6	55.0
2	3000	70	10.0	100	—	100	—	87	100	1760	87.1	91.8	70.8



Graphical Representation of pump Performance calculations. Figure 4-10



Kw input curve Figure 4-11